XX Międzynarodowe Mistrzostwa Francji w Grach Matematycznych i Logicznych
IV Mistrzostwa Polski
Półfinał krajowy

Artur Hibner, Piotr Kryszkiewicz

1 - Ciasto *(współczynnik 1)*

Aby upiec jedno ciasto, Julia potrzebuje 6 jajek, 500g mąki, 300g cukru i 150g masła. Rozgląda się po swojej kuchni i znajduje 2 kostki masła po 250g każda, 2 kg mąki, 1 kg cukru i 3 tuziny jaj (1 tuzin = 12 sztuk). **Ile ciast maksymalnie może upiec Julia?** (każde ciasto winno zawierać wszystkie składniki w wymaganych ilościach).

2 - Ślimak *(współczynnik 2)*

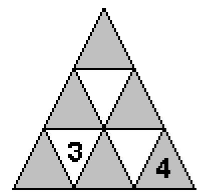
Ślimak wspina się po murze. Pierwszego dnia, rano pokonuje 50 cm startując od podstawy muru. Po południu, wyczerpany, opuszcza się o 20 cm i zasypia. W ten sam sposób postępuje każdego następnego dnia. Mur ma wysokość 3,50 m. **W którym dniu tej wspinaczki ślimak osiągnie szczyt muru?**

3 - Siedem monet *(współczynnik 3)*

Siedem monet odwróconych reszkami do góry ułożono w rzędzie. W każdym ruchu odwraca się trzy dowolnie wybrane monety. **Jaką minimalną liczbę ruchów trzeba wykonać, aby wszystkie monety były odwrócone orłami do góry?**

4 - Dziewięć trójkątów *(współczynnik 4)*

Liczby całkowite od 1 do 9 należy wpisać w dziewięć małych trójkątów tak, by suma liczb znajdujących się w szarych trójkątach była 2 razy większa od sumy liczb z białych trójkątów. Aby ci pomóc, dwie liczby zostały już umieszczone w trójkątach. W karcie odpowiedzi wpisz tylko liczby w białych trójkątach. Jeśli jest więcej niż jedno rozwiązanie, to podaj tylko jedno z nich.

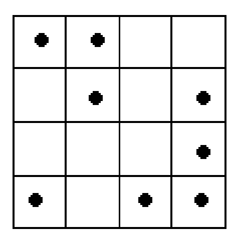


5 - Medale *(współczynnik 5)*

Podczas szkolnej olimpiady sportowej Adam, Bartek, Czarek i Damian zdobyli 21 medali. Bartek zdobył ich najwięcej, ale nie więcej niż 10. Damian ma tych medali dwa razy więcej niż Czarek, Adam zaś o 3 medale więcej niż Damian. **Ile medali zdobył Bartek?**

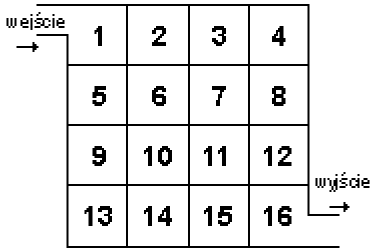
6 - Sprawiedliwy podział *(współczynnik 6)*

Trzeba podzielić przedstawiony na rysunku teren na 4 działki o tej samej powierzchni, mające ten sam kształt i w taki sposób, żeby każda działka zawierała taką samą liczbę drzew (drzewa są oznaczone kropkami). Obrysować, po liniach kratkowania, grubą kreską granice 4 działek.



7 - Labirynt *(współczynnik 7)*

W tym labiryncie dodaje się liczby z pól, przez które się przechodzi. Nie można przechodzić z jednego pola na drugie, jeżeli nie mają one wspólnego boku oraz nie można przechodzić dwa razy przez to samo pole. **Jaką największą sumę można osiągnąć przechodząc przez ten labirynt?**



8 - Stosy monet *(współczynnik 8)*

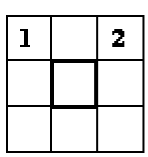
Wiadomo, że Tomek ma co najmniej 100 monet, ale nie więcej niż 150. Układa te monety w stosy po 9 monet. Po ułożeniu pewnej liczby stosów zauważył, że liczba pozostałych monet była równa liczbie ułożonych stosów. W przypadku, gdy układał te same monety w stosy po 7 sztuk, również, przy pewnej liczbie stosów, uzyskał ten sam efekt, tj. liczba pozostałych monet była równa liczbie ułożonych stosów. **Ile monet miał Tomek?**

9 - Liczby od 1 do 9 *(współczynnik 9)*

W pola planszy (na rysunku poniżej) należy wpisać liczby całkowite od 3 do 9 (liczby 1 i 2 zostały już umieszczone) w taki sposób, żeby:

- suma czterech liczb umieszczonych w polach kwadratów 2×2 była taka sama
- liczba napisana w polu środkowym (wyróżnionym obwódką) była możliwie największa

Podaj liczbę rozwiązań, a przypadku, gdy jest więcej niż jedno, podaj 2 z nich.



10 - Kłamcy na kongresie *(współczynnik 10)*

Na kongresie w Mathville zebrało się 2000 matematyków, z których każdy jest specjalistą tylko w jednej dziedzinie: albo jest arytmetykiem, albo algebraikiem, albo geometrą. Wśród nich są 2 kategorie ludzi: kłamcy, którzy zawsze kłamią oraz prawdomówni, którzy zawsze mówią prawdę. Organizatorzy kongresu zadają kolejno każdemu uczestnikowi trzy pytania: "czy jesteś algebraikiem?", "czy jesteś arytmetykiem?", "czy jesteś geometrą?". Liczby odpowiedzi TAK na każde z pytań są odpowiednio równe: 100, 540, 1610. **Ilu jest kłamców na tym kongresie?**

11 - Ciąg bez powtórzeń *(współczynnik 11)*

Franek pisze ciąg liczb używając tylko cyfr 1, 2, 3, 4 i 5 w taki sposób, że:

- dwie cyfry napisane obok siebie są różne
- wszystkie liczby dwucyfrowe utworzone z dwóch napisanych obok siebie cyfr są różne

Na przykład: ciąg 123134251 spełnia wymagane warunki, ale ciąg 12315412 nie spełnia, bo liczba "12" występuje w nim 2 razy. **Ile cyfr jest w najdłuższym ciągu Franka?**

12 - Wiek de Morgana *(współczynnik 12)*

Pewnego dnia matematyk de Morgan, który urodził się i zmarł w XIX wieku, na pytanie ile ma lat, odpowiedział w taki sposób: "...miałem y lat w roku, którego numer był równy kwadratowi y...". **W którym roku urodził się de Morgan?**

13 - Cel 2000 *(współczynnik 13)*

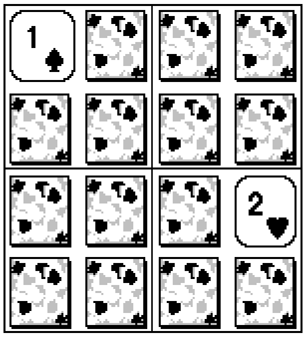
Zaczynając od 1 i wykonując tylko dwa działania:

- dodawanie jedynki
- mnożenie przez trzy

możemy otrzymać liczbę 2000. **Ile co najmniej powyższych działań (łącznie) trzeba w tym celu wykonać?**

14 - Sudoku z kart *(współczynnik 14)*

Pokratkowana plansza 4×4 została pokryta szesnastoma kartami: 1(as), 2, 3 i 4 każdego z czterech kolorów (trefl, karo, pik i kier). Karty są odwrócone grzbietami. As, 2, 3 i 4 znajduje się w każdym wierszu, w każdej kolumnie i w każdym z czterech mniejszych kwadratów 2×2 (powstałych po narysowaniu linii pomiędzy drugą i trzecia kolumną oraz między drugim i trzecim wierszem). Ponadto, karta trefl, kier, pik i karo znajduje się również w każdym wierszu, w każdej kolumnie i w każdym wyróżnionym kwadracie. Jedynka pik i dwójka kier zostały już odwrócone. **Gdzie może być schowana trójka trefl?** W karcie odpowiedzi podać liczbę wszystkich możliwych miejsc dla tej karty i współrzędne tych miejsc (dla 1 pik są to współrzędne (1,1), dla 2 kier - (3,4)).



15 - Turniej szachowy *(współczynnik 15)*

W turnieju szachowym uczestniczyła parzysta liczba graczy. Każdy rozegrał dokładnie jedną partię z każdym z pozostałych. Pięciu graczy przegrało po 2 partie (każdy z nich), a pozostali gracze wygrali po 2 partie (każdy z nich). Nie było żadnego remisu. **Ilu graczy uczestniczyło w tym turnieju?**

16 - Iloczyn lenia *(współczynnik 16)*

Gdy poprosimy leniwego ucznia Piotra lekceważącego arytmetykę, aby wykonał mnożenie dwóch liczb całkowitych dwucyfrowych, to będziemy zaskoczeni jego metodą postępowania. Otóż wybiera on po jednej cyfrze z każdego czynnika, oblicza iloczyn tych cyfr, a następnie dopisuje (z lewej lub z prawej strony) do niego iloczyn dwóch pozostałych cyfr. Oczywiście, otrzymany przez niego wynik jest prawie zawsze fałszywy. Ale pewnego razu udało mu się, o dziwo(!), otrzymać prawidłowy wynik, który jest liczbą czterocyfrową nie mającą w swoim zapisie cyfry 0. **Znaleźć tę liczbę czterocyfrową.**

17 - Kwadrat i punkt *(współczynnik 17)*

Długość boku kwadratowej parceli wyraża się liczbą całkowitą hektometrów. Pewien punkt wewnętrzny tej parceli znajduje się w całkowito-liczbowych odległościach (w hektometrach) od dwóch nierównoległych boków parceli oraz od wierzchołka wspólnego dla dwóch pozostałych boków. Wiedząc, że suma tych trzech odległości wynosi 10 hm, **obliczyć powierzchnię parceli.**

18 - Zebranie rodzinne *(współczynnik 18)*

Zebrało się 36 członków rodziny Chandelle, wszyscy w różnym wieku. Najmłodszy uczestnik zebrania miał 21 lat, a najstarszy 56 lat. Aby upamiętnić to spotkanie, urządzono sesję zdjęciową. Na każdym zrobionym zdjęciu znajduje się 6 osób i zawsze istnieją wśród nich co najmniej dwie osoby, których lata wyrażają się kolejnymi liczbami. Nie zrobiono dwóch zdjęć z tymi samymi osobami. **Ile co najwyżej zrobiono zdjęć?**