

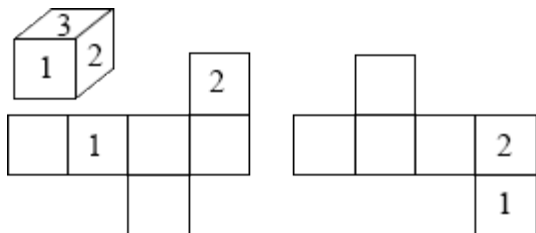
XIX Międzynarodowe Mistrzostwa Francji w Grach Matematycznych i Logicznych

III Mistrzostwa Polski II etap korespondencyjny

Artur Hibner, Piotr Kryszkiewicz

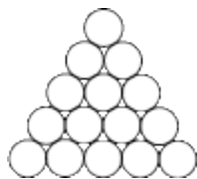
1 - Kostka do gry (*współczynnik 1*)

Na widocznych ścianach kostki do gry umieszczono liczby 1, 2 i 3. Na siatkach tej kostki pokazane są tylko liczby 1 i 2 (być może obrócone na danej ścianie). Rozmieścić na każdej siatce liczby 3, 4, 5 i 6 tak, żeby suma liczb na dowolnych dwóch przeciwległych ścianach utworzonej z każdej z siatek kostki była równa 7.



2 - Trójkąt z monet (*współczynnik 2*)

Monika ułożyła z 15 monet trójkąt pokazany obok. Jaką najmniejszą liczbę monet musi przemieścić, aby otrzymać taki sam trójkąt skierowany wierzchołkiem w dół?



3 - Kosz z grzybami (*współczynnik 3*)

W koszu znajdują się 32 grzyby: prawdziwki i kozaki. Wśród wyjętych na chybił trafił 20 grzybów jest zawsze co najmniej jeden prawdziwek, a wśród wyjętych 15 grzybów są zawsze co najmniej 2 kozaki. Ile jest w koszu prawdziwków a ile kozaków?

4 - Rodzeństwo Marka (*współczynnik 4*)

Marek ma tyle samo braci co sióstr, a jego siostra Zosia ma dwa razy mniej sióstr aniżeli braci. Ile w rodzinie Marka i Zosi (wraz z nimi) jest chłopców a ile dziewcząt?

5 - Bal (*współczynnik 5*)

Czterdzieści dwie osoby (kobiety i mężczyźni) bawiły się na balu. Podczas zabawy zauważono, że:

- jedna pani tańczyła z siedmioma panami,
- druga pani tańczyła z ośmioma panami,
- trzecia pani tańczyła z dziewięcioma panami,

itd., a ostatnia pani tańczyła ze wszystkimi panami obecnymi na balu. Ile pań było na tym balu?

6 - Kto gwizdał (*współczynnik 6*)

"Kto gwizdał?" - zapytał nauczyciel muzyki swoich czterech uczniów, z których tylko jeden właśnie zagwizdał. Udzielili oni następujących odpowiedzi:

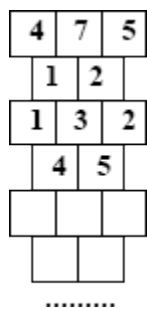
- Jacek: - To Marcin.
- Marcin: - To Darek.
- Wojtek: - Nie ja gwizdałem.
- Darek: - Marcin skłamał.

Uczniowie byli kłamczuchami. Trzech z nich skłamało i tylko jeden z nich powiedział prawdę. Który z nich gwizdał, a który powiedział prawdę?

7 - Piramida Pascala (*współczynnik 7*)

Pascal skonstruował prostokątną piramidę liczbową, z której jest bardzo dumny. W pierwszym wierszu napisał w kratkach trzy liczby całkowite: 4, 7, 5 (jak na rysunku). Następnie, aby wypełnić pustą kratkę poniżej dodaje dwie liczby znajdujące się powyżej i wpisuje w tę kratkę

ostatnią cyfrę tej liczby. Jeżeli powyżej jest tylko jedna liczba, to przepisuje tę liczbę. **Jaki będzie 2005. wiersz w piramidzie Pascala?**



8 - Chemicy i alchemicy (*współczynnik 8*)

W konferencji uczestniczyło 100 mężczyzn - chemików i alchemików. Każdemu z nich zadano pytanie: "Jeśli nie liczysz Pana, to czy - wśród pozostałych uczestników - jest więcej chemików czy alchemików?". Po przepytaniu 51. uczestnika i stwierdzeniu, że wszyscy (wraz z nim) odpowiedzieli, że jest więcej alchemików, procedurę zakończono. Alchemicy zawsze kłamią, a chemicy zawsze mówią prawdę. **Ilu chemików było wśród uczestników tej konferencji?**

9 - 100 produktów za 100 złotych (*współczynnik 9*)

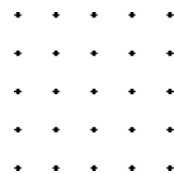
W sklepie są do nabycia produkty: X, Y i Z. Za 1 zł można kupić 8 produktów X. Każdy produkt Y kosztuje 1 zł a każdy produkt Z kosztuje 10 zł. Kupiono 100 wybranych produktów, każdego z trzech rodzajów, za które zapłacono 100 zł. **Ile było tam produktów Y?**

10 - Kryptarytm (*współczynnik 10*)

W kryptarytmie $AB \times A \times B = BBB$ zaszyfrowane są dwie jednocyfrowe liczby całkowite dodatnie, jedna liczba dwucyfrowa i jedna trzycyfrowa zapisane w układzie dziesiętnym. Różne litery zastępują różne cyfry, a różne cyfry zostały zastąpione przez różne litery. **Znaleźć liczby jednocyfrowe A i B.**

11 - Sadzenie drzewek (*współczynnik 11*)

Przesadzić niektóre z 25 drzewek (przedstawionych na rysunku punktami) w taki sposób, żeby dostać 12 rzędów po 5 drzewek w każdym rzędzie. Uwaga: Polecenie "przesadzić drzewka" oznacza zmianę ich konfiguracji geometrycznej.



12 - Mniam, mniam (*współczynnik 12*)

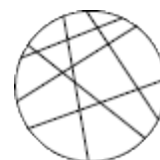
Sprzedawca ma w 2 kartonach jednakową liczbę cukierków, które chce popakować w woreczki w następujący sposób:

- z cukierków w I kartonie sporządzić możliwie największą liczbę woreczków po 23 cukierki w każdym,
- z cukierków w II kartonie i z reszty pozostałych z I kartonu sporządzić woreczki po 37 cukierków w każdym.

Wiedząc, że sprzedawca napełnił cukierkami 72 woreczki, a w kartonach nie pozostał ani jeden cukierek, znaleźć liczbę cukierków, które miał on na początku w obu kartonach.

13 - Podział koła (*współczynnik 13*)

Podzielić koło sześcioma liniami prostymi na możliwie największą liczbę części. Na rysunku podano przykład podziału koła na 17 części, ale nie jest to jeszcze granica możliwości. **Jaką największą liczbę tych części można uzyskać?**



14 - Odważniki (*współczynnik 14*)

Wśród 19 małych metalowych odważników o wagach 1g, 2g, 3g, ..., 19g dziewięć jest wykonanych z żelaza, dziewięć z brązu, a jeden ze srebra. Łączna waga odważników z żelaza jest większa o 90g od łącznej wagi odważników z brązu. **Znaleźć wagę odważnika ze srebra.**

15 - Droga muchy (*współczynnik 15*)

Mucha siedząca na krawędzi sześciangu, ale nie na jego wierzchołku, chce obejść po powierzchni sześciangu wszystkie jego ściany (przyjmuje się, że mucha obchodzi daną ścianę, jeżeli jej trasa przebiega przez wnętrze tej ściany) i wrócić do punktu, z którego wyszła. **Znaleźć długość najkrótszej drogi, po której powinna iść**

mucha, jeżeli krawędź $a = 10$ cm.

16 - Gra Jana (*współczynnik 16*)

Jan wymyślił następującą grę liczbową. Pisze liczbę 1, która jest jego pierwszą liczbą, potem liczbę 2, która jest jego drugą liczbą. W każdym następnym kroku wybiera pomiędzy podwojoną ostatnią napisaną liczbą i sumą dwóch ostatnich napisanych liczb oraz zapisuje wybraną liczbę. Postępując w ten sposób chce, żeby szesnasta napisana liczba była nieparzysta i możliwie największa. **Jaką liczbę może osiągnąć?**

17 - Cyfra 1 w liczbie n (*współczynnik 17*)

Niech

$$n = 9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9,$$

gdzie ostatnia dodana liczba składa się z 999 dziewiątek (cyfr 9). **Ile razy w liczbie n występuje cyfra 1?**

18 - Największy iloczyn (*współczynnik 18*)

Liczby 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 i 15 ustawiono w pewnej kolejności $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$, w taki sposób, żeby iloczyn

$$(2 - x_1)(4 - x_2)(6 - x_3) \dots (16 - x_8)$$

był możliwie największy. **W jakiej kolejności ustawiono liczby 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15?**