XIX Międzynarodowe Mistrzostwa Francji w Grach Matematycznych i Logicznych
III Mistrzostwa Polski
I etap korespondencyjny

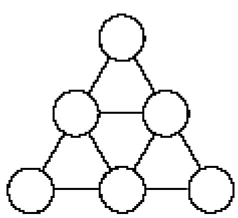
Artur Hibner, Piotr Kryszkiewicz

1 - Reguła dla ciągu *(współczynnik 1)*

Odkryj regułę według której powstają kolejne wyrazy ciągu liczbowego 18, 9, 14, 7, 12, 6, 3, 8, $\square$, $\square$ i uzupełnij ten ciąg o kolejne dwa wyrazy.

2 - Sześć liczb *(współczynnik 2)*

Sześć liczb: 1, 2, 3, 4, 5 i 6 należy umieścić w kółkach tak, żeby suma liczb w trzech kółkach każdego małego trójkąta była mniejsza lub równa 9.



3 - Pod szaloną miotłą *(współczynnik 3)*

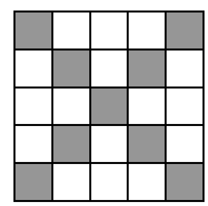
W butiku "Pod szaloną miotłą" sprzedaje się rekwizyty dla czarowników. Sprzedawczyni - wiedźma handluje 35 godzin w tygodniu. W niedzielę butik jest otwarty od godziny pierwszej w nocy do godziny siódmej rano. W pozostałych dniach tygodnia butik otwierany jest o godzinie dziewiętnastej i zawsze jest zamykany o tej samej godzinie.**O której godzinie butik zamykany jest w środę ?**

4 - Puste pole *(współczynnik 4)*

Plansza 5×5 podzielona jest na 25 małych pól kwadratowych. W wybrane 24 pola planszy należy wpisać liczby całkowite od 1 do 6 - każdą z tych liczb czterokrotnie i w taki sposób aby:

- ta sama liczba nie pojawiła się dwukrotnie w żadnej linii poziomej ani w żadnej linii pionowej planszy,
- różnica pomiędzy sumą liczb wpisanych w pola leżące na jednej przekątnej, a sumą liczb wpisanych w pola leżące na drugiej przekątnej była jak największa.

W Karcie odpowiedzi podać tę różnicę i przykład rozmieszczenia dwudziestu czterech liczb na polach planszy.



5 - Liczby palindromiczne *(współczynnik 5)*

Marek dodał dwie liczby palindromiczne trzycyfrowe i otrzymał w wyniku liczbę palindromiczną czterocyfrową. Do napisania dodawanych liczb i ich sumy użył tylko trzech różnych cyfr, a jednej z nich użył pięciokrotnie. **Podaj liczby napisane przez Marka oraz sumę tych liczb.**Uwaga: Liczbę palindromiczną czyta się tak samo od strony lewej do prawej i od strony prawej do lewej, np: 44, 101, 9779.

6 - Liczba lat *(współczynnik 6)*

Kiedy miałem 3 lata, mój ojciec był o 5 lat, starszy od mojej mamy. Gdy miałem 9 lat moja mama miała 37 lat. Przed dwoma laty mój ojciec obchodził jubileusz swojego 60-lecia. **Ile lat mam teraz ?**

7 - Pudełka z orzechami *(współczynnik 7)*

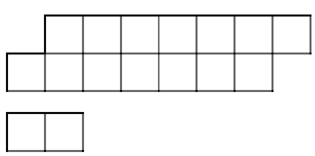
W każdym pudełku ustawionym na stole znajduje się co najmniej jeden orzech, ale liczba orzechów w każdym z pudełek jest nie wieksza niż liczba wszystkich pudełek. Liczby orzechów w różnych pudełkach sa różne i w żadnym z pudełek nie ma 13 orzechów. **Ile co najwyżej pudełek ustawiono na stole ?**

8 - Optymalny podział *(współczynnik 8)*

Romek narysował na prostokątnej kartce papieru 3 linie proste p, q, r. Zauważył, że podzieliły one kartkę na 7 części. Dorysował 3 nowe linie proste, jedną równoległą do p, jedną równoległą do q i jedną równoległą do r, w taki sposób, aby trzy nowe linie proste wraz z liniami p, q i r podzieliły kartkę papieru na możliwie najwiekszą liczbę części. **Ile było tych części.**

9 - Gra *(współczynnik 9)*

Do tej gry potrzebna jest plansza oraz płytki (rys. przedstawia planszę i jedną płytkę), z których każda pokrywa dokładnie dwa sąsiednie pola planszy leżące w linii poziomej albo w linii pionowej. Każdy gracz w każdym ruchu kładzie jedną taką płytkę na niezajętych jeszcze dwóch sąsiednich polach planszy. Wygrywa ten z graczy, który wykona ostatni dopuszczalny ruch. Dziś grę rozpoczyna Adaś, drugi ruch wykonuje Bartek, a następnie ruchy wykonują na przemian. Czy Adaś ma strategię wygrywającą, tzn. czy wygra zawsze, niezależnie od sposobu gry Bartka ? W Karcie odpowiedzi wpisz NIE albo TAK, ale jeśli wpiszesz TAK, to musisz podać, ile jest różnych ruchów, którymi Adaś może rozpocząć zwycięską grę.

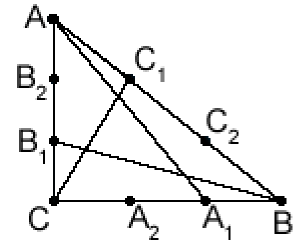


10 - Zabawa z liczbami *(współczynnik 10)*

Kasia spędza wolny czas bawiąc się liczbami. Spojrzała na datę 31/12/04 ostatniego dnia bieżącego roku i utworzyła z niej liczbę sześciocyfrową 311204. Potem wyszukiwała liczby całkowite dodatnie mniejsze od 311204, które w swoim zapisie cyfrowym zawierają blok 421 złożony z trzech cyfr 4, 2 i 1 wystepujących w podanej kolejności, jak np. w liczbach: 42154 lub 2142114. **Ile jest wszystkich liczb sześciocyfrowych, które mogła wyszukać Kasia ?**

11 - Trójkąt *(współczynnik 11)*

W trójkącie prostokątnym ABC o przyprostokątnych CA=12cm i BC=15cm boki zostały podzielone na trzy równe części punktami C_1, C_2, A_1, A_2, B_1, B_2 (rys.). Oblicz pole trójkąta, którego jeden bok ma długość taką jak odcinek CC_1, drugi jak AA_1, a trzeci jak BB_1.

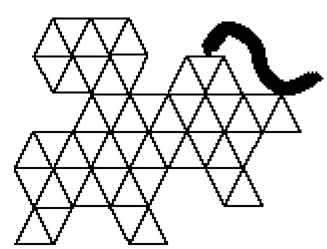


12 - Maszt *(współczynnik 12)*

Na płaskim, prostokątnym dachu pewnego budynku pracownik telekomunikacji instaluje maszt w precyzyjnie wybranym miejscu. Maszt został umieszczony w tym miejscu pionowo za pomocą czterech prostoliniowych stalowych prętów biegnących od wierzchołka masztu do czterech rogów prostokątnego dachu. Dwa pręty umocowane do dwóch przeciwległych rogów dachu mają długości 10 i 11 metrów, a dlugość trzeciego pręta jest równa 14 metrów. **Jaką długość (w metrach) ma czwarty pręt ?**

13 - Koń trojański *(współczynnik 13)*

Figura na rysunku przedstawia konia trojańskiego. Należy tę figurę rozciąć na 3 części, z których, bez odwracania na drugą stronę, można złożyć pełny trójkąt równoboczny. Uwaga: Cięcie może przechodzić przez wnętrza małych trójkątów. W Karcie odpowiedzi zaznacz wykonane cięcia i każdą część pokoloruj inaczej.

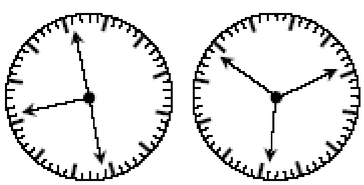


14 - Ustawianie parami *(współczynnik 14)*

W grupie złożonej z 16 osób każda osoba ma dokładnie trzech znajomych w tej grupie. Czy zawsze można wszystkie osoby z tej grupy ustawić parami tak, aby w każdej parze znalazły się osoby, które się znają ? Zakładamy, że relacja znajomości jest symetryczna, tzn. że jeśli osoba A zna osobę B, to również B zna A. W Karcie odpowiedzi wpisz TAK lub NIE, ale w przypadku odpowiedzi NIE narysuj graf relacji znajomości w takiej grupie, czyli narysuj 16 punktów reprezentujących osoby wystepujące w grupie i odpowiednie linie łaczące osoby, które się znają.

15 - Zegar *(współczynnik 15)*

W siedzibie Klubu Miłośników Gier Logicznych znajduje się zegar, który ma trzy wskazówki. Każda wskazówka może zajmować jedną z 60 pozycji. Wskazówki nie poruszają się w sposób ciągły, lecz przeskakują z jednej pozycji na drugą. O godzinie 12:00:00 wszystkie wskazówki pokrywają się. Wskazówka sekundowa zmienia swoje położenie co sekundę, minutowa co pełną minutę, a godzinowa co pełne 12 minut. Na tarczy zegara jest 60 kresek oznaczających pełne minuty, przy czym co piąta, pogrubiona, oznacza pełne godziny. Zegar jest w remoncie. Z tarczy zdjęto liczby opisujace pełne godziny, a oryginalne wskazówki, na czas remontu, zastapiono trzema jednakowymi. Tarcza zegara zostala też przypadkowo obrócona i nie wiadomo, gdzie jest godzina 12. Jednak zegar caly czas chodzi, a wskazówki poruszają się zgodnie z opisanymi wyżej zasadami. Pewnego popołudnia prezes Klubu spojrzał na zegar i zauważył, że wskazówki zegara utworzyly literę T. Po nie-calych 30 minutach ponownie spojrzał na zegar i spostrzegł, że wskazówki tworzą ze sobą kąty 120° (rysunek poniżej). **Która była godzina (z dokładnością do sekundy) w chwili, gdy prezes pierwszy raz spojrzał na zegar ?**



16 - Największa wartość *(współczynnik 16)*

Liczby rzeczywiste a, b i c dobrano tak, że dla dowolnych x spelniających warunek $-1 \leq x \leq 1$ mamy nierówność : $| ax^2 + bx + c | \leq 1$. **Jaką najwiekszą wartość może osiągnąć wyrażenie $| cx^2 + bx + a |$ na przedziale [-1,1] ?**

17 - Sześciany *(współczynnik 17)*

Ojciec ma 4 różne bursztynowe sześciany, których długości krawędzi są liczbami całkowitymi centymetrów. Chce on podarować 2 sześciany swojej córce i 2 sześciany synowi. Nie wie jednak jak to zrobić, aby podzial był sprawiedliwy. Na szczęście mama zauważa, ze można dac po 2 sześciany każdemu dziecku w taki sposób, żeby suma objętości sześcianów otrzymanych przez każde z nich byla taka sama. **Podać (w cm^3) tę wspólną sumę wiedząc, że chodzi o rozwiązanie możliwie najmniejsze.**

18 - Loteria *(współczynnik 18)*

Los pewnej loterii sprzedawany w cenie 10 euro jest zdrapką o 36 polach ułożonych w kwadrat 6×6. Wiadomo, że 6 pól zawiera liczbę "10", 9 pól zawiera liczbę "1", a każde z pozostałych 21 pól zawiera liczbę "0". Gracz może zdrapywać pola według własnego uznania, tyle, ile zechce, ujawniając zawarte w nich liczby. Kiedy postanawia przerwać zdrapywanie, mnoży liczby, które odkrył (uwzgledniając zera) i wygrywa tyle euro, ile wynosi otrzymany iloczyn. Zakłada się, że wszyscy gracze, którzy kupili los stosują strategię optymalną. **Statystycznie, jaki procent pieniędzy wydanych na zakup losów zostanie zwrócony graczom ?** Wynik zaokrąglić do najbliższej jednej dziesiątej procenta.